

武汉市梅苑学校 2019~2020 学年度上学期期中质量检测 九年级数学试卷

考试时间: 2019 年 11 月 13 日 13:30~15:30 全卷满分 120 分 命题人: 田志东 审题人: 周庆

★祝考试顺利★

考生注意:

1. 本试卷共 4 页, 满分 120 分, 考试用时 120 分钟。
2. 全部答案必须在答题卷上完成, 请认真核对每题答案是否在答题卷的对应框中, 答在其他位置无效。
3. 答题前请认真阅读答题卡的“注意事项”, 考试结束后, 请将答题卷上交。

一、选择题(本大题共 10 小题, 共 30 分)

1. 下列方程中, 是一元二次方程的是()

- A. $2x - y = 3$ B. $x^2 + \frac{1}{x} = 2$ C. $x^2 + 1 = x^2 - 1$ D. $x(x - 1) = 0$

2. 已知 $y = (m + 2)x^{|m|} + 2$ 是关于 x 的二次函数, 那么 m 的值为()

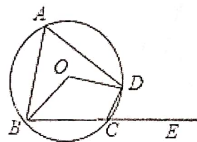
- A. -2 B. 2 C. ± 2 D. 0

3. 如果一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 能用公式法求解, 那么必须满足的条件是()

- A. $b^2 - 4ac \geq 0$ B. $b^2 - 4ac \leq 0$
C. $b^2 - 4ac > 0$ D. $b^2 - 4ac < 0$

4. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 若它的一个外角 $\angle DCE = 72^\circ$, 则 $\angle BOD$ 等于()

- A. 144° B. 70°
C. 110° D. 140°



5. 用配方法解一元二次方程 $4x^2 - 4x = 1$, 变形正确的是()

- A. $(x - \frac{1}{2})^2 = 0$ B. $(x - \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2}$ C. $(x - 1)^2 = \frac{1}{2}$ D. $(x - 1)^2 = 0$

6. 对于抛物线 $y = -2(x - 1)^2 + 3$, 下列判断正确的是()

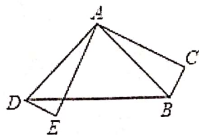
- A. 抛物线的开口向上 B. 抛物线的顶点坐标是 $(-1, 3)$
C. 对称轴为直线 $x = 1$ D. 当 $x = 3$ 时, $y > 0$

7. 为了美化环境, 加大对绿化的投资, 2008 年用于绿化投资 20 万元, 2010 年用于绿化投资 25 万元, 求这两年绿化投资的年平均增长率. 设这两年绿化投资的年平均增长率为 x , 根据题意所列方程为()

- A. $20x^2 = 25$ B. $20(1 + x) = 25$
C. $20(1 + x) + 20(1 + x)^2 = 25$ D. $20(1 + x)^2 = 25$

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 90° , 得到 $\triangle ADE$, 连接 BD , 若 $AC = 3$, $DE = 1$, 则线段 BD 的长为()

- A. $2\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $2\sqrt{10}$



9. 已知抛物线 $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + k$ 上有三点 $A(-2, y_1)$, $B(-1, y_2)$, $C(2, y_3)$, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为()

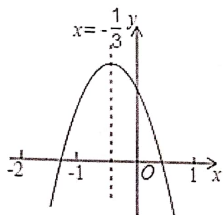
- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_3 > y_2 > y_1$ C. $y_2 > y_3 > y_1$ D. $y_2 > y_1 > y_3$

10. 小明从如图所示的二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象中，观察得出了下面五条信息：

- ① $abc > 0$;
- ② $a - b + c < 0$;
- ③ $b + 2c > 0$;
- ④ $a - 2b + 4c > 0$;
- ⑤ $2a = 3b$

你认为其中正确信息的个数有()

- A. 2 个
- B. 3 个
- C. 4 个
- D. 5 个



二、填空题（本大题共 6 小题，共 18 分）

11. 一元二次方程 $(x-1)(x+2) = 0$ 的根是_____.

12. 已知点 P 的坐标为 $(-2, 3)$ ，将其绕原点顺时针旋转 90° 后得到的点的坐标是_____.

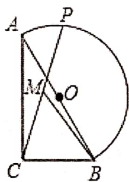
13. 已知 x_1, x_2 是方程 $x^2 + 4x + k = 0$ 的两根，且 $x_1 + x_2 - x_1x_2 = 7$ ，则 $k =$ _____.

14. 有一人患了流感，经过两轮传染后总共有 121 人患了流感，每轮传染中平均一个人传染了_____个人.

15. 已知点 A, B 的坐标分别是 $(-2, 0), (2, 0)$. 若二次函数对 $y = x^2 - x - m - 1$ 的图象与线段 AB 有公共点，则实数 m 的取值范围是_____

16. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $BC = 2$ ， $AC = 2\sqrt{3}$ ，

P 是以斜边 AB 为直径的半圆上一动点， M 为 PC 的中点，
连结 BM ，则 BM 的最小值为_____.

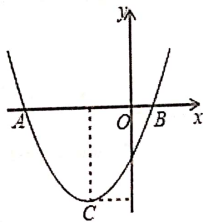


三、解答题（本大题共 8 小题，共 72 分）

17. （本题满分 8 分）解方程： $x^2 + 2x - 2 = 0$

18. （本题满分 8 分）如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象的顶点 C 的坐标为 $(-1, -3)$ ，与 x 轴交于 $A(-3, 0)$ 、 $B(1, 0)$ ，
根据图象回答下列问题：

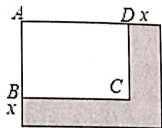
- (1) 直接写出方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根；
- (2) 直接写出不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集；
- (3) 直接写出 y 随 x 的增大而减少时自变量 x 的取值范围；
- (4) 若方程 $ax^2 + bx + c = k$ 有实数根，直接写出实数 k 的取值范围_____.



19. (本题满分 8 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 的长 $BC=5$, 宽 $AB=3$.

(1) 若矩形的长与宽同时增加 2, 则矩形的面积增加_____.

(2) 若矩形的长与宽同时增加 x , 此时矩形增加的面积为 48, 求 x 的值.

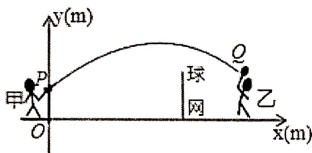


20. (本题满分 8 分) 甲、乙两人进行羽毛球比赛, 羽毛球飞行的路线为抛物线的一部分, 如图, 甲在 O 点正上方 $1m$ 的 P 处发出一球, 羽毛球飞行的高度 $y(m)$ 与水平距离 $x(m)$ 之间满足函数表达式

$$y = a(x-4)^2 + h, \text{ 已知点 } O \text{ 与球网的水平距离为 } 5m, \text{ 球网的高度为 } 1.55m.$$

(1) 当 $a = -\frac{1}{24}$ 时, ① 求 h 的值; ② 通过计算判断此球能否过网.

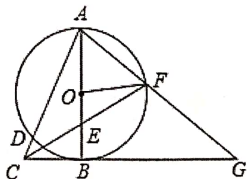
(2) 若甲发球过网后, 羽毛球飞行到与点 O 的水平距离为 $7m$, 离地面的高度为 $\frac{12}{5}m$ 的 Q 处时, 乙扣球成功, 求 a 的值.



21. (本题满分 8 分) 如图, 以 $Rt\triangle ABC$ 的直角边 AB 为直径作 $\odot O$, 交斜边 AC 于点 D , 点 E 为 OB 的中点, 连接 CE 并延长交 $\odot O$ 于点 F , 点 F 恰好落在 \widehat{AB} 的中点, 连接 AF 并延长与 CB 的延长线相交于点 G , 连接 OF .

(1) 求证: $OF = \frac{1}{2}BG$;

(2) 若 $AB=4$, 求 DC 的长.



22. (本题满分 10 分) 小李在景区销售一种旅游纪念品, 已知每件进价为 6 元, 当销售单价定为 8 元时, 每天可以销售 200 件, 市场调查反映: 销售单价每提高 1 元, 日销量将会减少 10 件, 物价部门规定: 销售单价不低于 8 元但不超过 12 元, 设该纪念品的销售单价为 x (元), 日销量为 y (件), 日销售利润为 w (元).

(1) 求 y 与 x 的函数关系式.

(2) 要使日销售利润为 720 元, 销售单价应定为多少元?

(3) 求日销售利润 w (元) 与销售单价 x (元) 的函数关系式, 当 x 为何值时, 日销售利润最大, 并求出最大利润.

23. (本题满分 10 分) 阅读下面材料, 并解决问题:

- (1) 如图 (1) 等边 $\triangle ABC$ 内有一点 P , 若点 P 到顶点 A 、 B 、 C 的距离分别为 3、4、5, 求 $\angle APB$ 的度数. 为了解决本题, 我们可以将 $\triangle ABP$ 绕顶点 A 旋转到 $\triangle ACP'$ 处, 此时 $\triangle ACP' \cong \triangle ABP$, 这样就可以利用旋转变换, 将三条线段 PA 、 PB 、 PC 转化到一个三角形中, 从而求出 $\angle APB =$ _____;

- (2) 基本应用: 请你利用第 (1) 题的解答思想方法, 解答下面问题

已知如图 (2), $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB = 90^\circ$, $AB = AC$, E 、 F 为 BC 上的点且 $\angle EAF = 45^\circ$, 请直接写出 EF 、 BE 、 FC 的数量关系_____.

- (3) 能力提升: 如图 (3), 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 2$, $\angle ABC = 30^\circ$, 点 O 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 内一点, 连接 AO 、 BO 、 CO , 试求 $OA + OB + OC$ 的最小值.

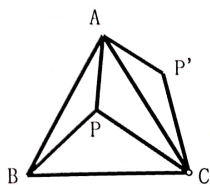


图 (1)

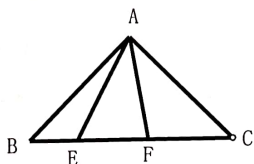


图 (2)

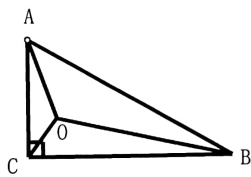


图 (3)

24. (本题满分 12 分) 如图, 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与一直线相交于 $A(-1, 0)$ 、 $C(2, 3)$ 两点,

与 y 轴交于点 N , 其顶点为 D .

- (1) 求抛物线及直线 AC 的函数关系式;

- (2) 若 P 是抛物线上位于直线 AC 上方的一个动点, 求 $\triangle APC$ 的面积的最大值及此时点 P 的坐标;

- (3) 设点 $M(3, n)$, 求使 $MN + MD$ 取最小值时, 直接写出 n 的值 $n =$ _____.

